સુરેખ પથ પર ગતિ (Motion in a straight line)

ગતિઃ- સમય સાથે પદાર્થ સ્થાન બદલે તો તે પદાર્થ ગતિશીલ ગણાય. આ સાપેક્ષ ખ્યાલ છે તેથી

વયાખ્યા :- જ્યારે કોઇ પદાર્થ બીજા કોઇ સંદર્ભ બિંદુ કે પદાર્થની સાપેક્ષ પોતાનું સ્થાન બદલે ત્યારે તે સંદર્ભ બિંદુ કે પદાર્થની સાપેક્ષ ગતિ કરે છે તેમ કહેવાય.

પ્રકારોઃ-

રેખીય ગતિ (Linear motion)

ચાકગતિ (Rotational motion)

દોલનગતિ (Oscillatary motion)

- Kinematics :- ભૌતિક વિજ્ઞાનની આ વિદ્યાશાખામાં કારણોની ચિંતા કર્યા સિવાય ગતિની ચર્ચા કરવામાં આવે છે. (શુધ્ધગતિ શાસ્ત્ર)
- Dynamics :- આ શાખામા ગતિની ચર્ચા તેના કારણો ત્થા ગતિ કરતા પદાથસ્ના ગુર્ણધર્મો સહિત કરવામા આવે છે. (ગતિ શાસ્ત્ર)
- Mechanics :- ઉપરના બેય ડાયેનેમેટીકસ અને ડાયનામિકસને સંયુકત પણે Mechanics કહે છે.

કણની સંકલ્પનાઃ- ગતિના અભ્યાસમાં પદાર્થોને બિંદુવત પદાર્થ (કણ) ગણવામાં આવે છે. મતલબ પરિણામ વગરનો દળ ધરાવતો પદાર્થ..... જે વાસ્તમાં શકય નથી છતાં

(1) સુરેખ(એક જ દિશા) ની ગતિ માટે સમગ્ર પદાર્થને બદલે તેના પ્રતિનિધિ તરીકે એક કણ લઇ તેની ગતિનું વર્ણન કરી શકાય.

(2) બે પદાર્થ (અવકાશ) વચ્ચેના અંતરના પ્રમાણમાં તે પદાર્થના પરિમાણો સુક્ષ્મ હોવાથી આ કિસ્સામાં તે અવકાશી પદાર્થોને કણ તરીકે લઇને ગતિની ચર્ચા કરાય. દા.ત. પૃથ્વી અને સૂર્ય.

○કોઇ પદાર્થની ગતિ એ તે પદાર્થ અને તેની ગતિનું નિરીક્ષણ કરનાર અવલોકન કારનો સંયુકત ગુર્ણધર્મ છે. આ અવલોકન કાર જે સ્થળેથી જે પરિસ્થિતિમાંથી ગતિનું અવલોકન કરે છે તેને નિર્દેશફ્રેમ કહે છે.

દા.ત. ટ્રેનમાં પડેલ સુટકેશની ગતિ

- ટ્રેનમા બેકેલને અવલોકનકાર ગણતા ગતિ રહિત જણાશે.
- બહાર પૃથ્વી પરથી અવલોકન કરનાર માટે ટ્રેનની જેટલી જ ઝડપથી ગતિ કરતી જણાશે.

નિર્દેશફ્રેમના પ્રકારો

(1) જડત્વીય નિર્દેશફ્રેમ (2) અજડત્વીય નિર્દેશફ્રેમ

○ નિર્દેશફ્રેમની પસંદગી અનુસાર કરાય છે. સામાન્ય પણે ત્રિપરિમાણીય અક્ષ પદ્ધતિને નિર્દેશફ્રેમ પસંદ કરાય છે.

આ X,Yઅને Z ના સંયળબિંદુ (ઉગમબિંદુ)ને સંદર્ભબિંદુ તરીકે લઇ ગતિની ચર્ચા કરાય છે.

3.5 સ્થાન (Position), પથ લંબાઇ (Path length) અને સ્થાળાંતર (Displacement)

○ત્રિપરિમાણીય યામ પદ્ધતિને નિર્દેશફ્રેમ તરીકે લેતા કોઇ કણ P ના યામ (X,Y,Z) ને તે કણનું સ્થાન (μ નિર્દેશફ્રેમની સાપેક્ષ) કહે છે.

સ્થાન કયારે? ગતિશીલ પદાર્થ સમય સાથે સ્થાન બદલે છે. તેથી (X,Y,Z)યામ સાથે સમય રાશિ t_1 જોડવી જોઇએ.

○ (X,Y,Z,t_1)નો અર્થ t_1 સમયે તે કણનું સ્થાન (X,Y,Z) છે તેવો થાય.

○ સમય સાથે જો આ યામો અચળ રહેતા હોયતો તે કણ આપેલ નિર્દેશફ્રેમની સાપેક્ષે સ્થિર છે એમ કહેવાય.

○ ત્રણ યામો પૈકિ સમય સાથે માત્ર એક જ યામ બદલાતો હોય બાકીના બે અચળ રહેતા હોય તો તે કણની ગતિ એક પારિમાણિક કે રેખીય ગતિ (Rectilicer) કહેવાય. દા.ત.બંદુકની ગોળીની ગતિ

○ત્રણ પૈકિ એક અચળ રહેતો હોય બાકીના બે યામો સમય સાથે બદલાતા હોય તો એ કણની ગતિ દ્વિપારિમાણિક ગતિ કહેવાય. દા.ત.કેરમની કુકરીની ગતિ

○ જો સમય સાથે ગ હોય યામો બદલાતા હોય તો કણની ગતિ ત્રિપારિમાણિક ગતિ કહેવાય. દા.ત. ઓરડામાંના વાયુકણોની ગતિ સરોવરમાં રહેલ માછલી કે અવકાશમાં ઉડતા પક્ષીની ગતિ.

→ પથલંબાઇ	સ્થાનાંતર
1)આપેલ સમયગાળામાં કણે કાપેલ કુલ અંતરને પથલંબાઇ કહેવાય.	1)આપેલ સમયગાળામાં કણના સ્થાનમાં થતા ફેરફારને સ્થાનાંતર કહેવાય.
2)મુસાફરી દરમ્યાન કપાતા તમામ અંતરો ધ્યાને લેવાય છે.	2)માત્ર અંતિમ સ્થાન અને પ્રારંભિક સ્થાનને જ ધ્યાને લઇ તેનો અંતર તફાવત ધ્યાને લેવાય છે.
3)મુલ્ય ધન જ હોય છે. કદિ ઋણ હોતું નથી.	3)ધન,ઋણ કે શુન્ય મુલ્ય હોઇ શકે છે.

4)કણના સમગ્ર ગતિ પથની માહિતી મળે છે.
5)અદિશ રાશિ છે.
6) S.I એકમ m છે.

4)કણની ગતિની માત્ર પરિણામની અસર જ દર્શાવે છે.
5)સદિશ રાશિ છે.
6) S.I એકમ m છે.

ઉ.દા 1

3.6 સરેરાશ ઝડપ અને સરેરાશ વેગ

(Average speed and average Velocity)

ઝડપ :- પદાર્થ સમય સાથે પોતાનું સ્થાન કેટલી ત્વરાથી બદલે છે તે દર્શાવતી રાશિ કહેવાય છે.

સરેરાશ ઝડપ $= \frac{\text{પથલબાઈ}}{\text{સમયગાળો}}$ $\langle V \rangle = \frac{\Delta X}{\Delta t}$ -અંતર / -સમય

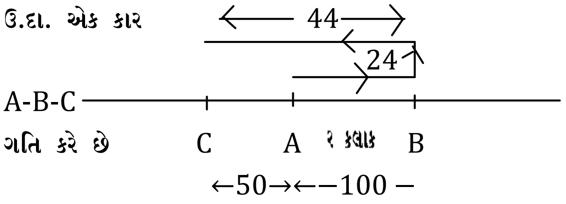
○ અદિશ રાશિ છે ઝડપ જેમા કઈ દિશામાં પદાર્થ ગતિ કરે છે તેનો ખ્યાલ મળતો નથી....

→ કેટલી ત્વરાથી કઈ દિશામાં સ્થાન બદલે છે તે દર્શાવતી રાશિને વેગ (Velocity) કહે છે.

સરેરાશ વેગ $= \frac{\text{સ્થાનાતર}}{\text{સમયગાળો}}$

બંને માટે માપનનો S.I એકમ ms^{-1} છે. વ્યવહારમાં kmph પણ વપરાય છે.

ઉ.દા. એક કાર A-B-C ગતિ કરે છે



A→B માટે 24 અને B→C માટે 44 થાય AB= 100km ત્થા AC=50km આપેલ છે.

કાર A તી B થી C પર આવે ત્યારે સરેરાશ ઝડપ

$\overline{V} = \frac{\text{પથલબાઈ}}{\text{સમય}} = \frac{100+150}{6} = \frac{250}{6} = \frac{125}{3}$ kmph

સરેરાશ વેગ$= \frac{\text{સ્થાનાતર}}{\text{સમય}} = \frac{-50}{6} = -\frac{25}{3}$ kmph

શબ્દ સરેરાશ આવિનો છે. સમગ્ર મુસાફરી દરમ્યાન કારની ઝડપ એકસમાન રહે નહિ. છ કલાકની ટ્રીપ દરમ્યાન કુલ અંતર ને કુલ સમયથી ભાગતા સરેરાશ ઝડપ મળે...

ઉ.દા. વાહન જયારે જુદી જુદી ઝડપ V_1, V_2..થી સમાન અંતરો કાપે ત્યારે સરેરાશ ઝડપ

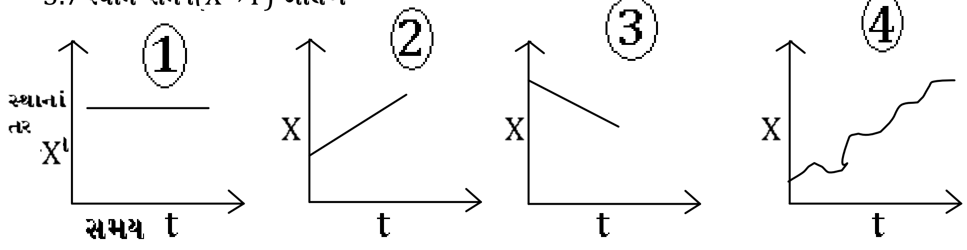
k$\overline{V} = \frac{2V_1V_2}{V_1+V_2}$ (જો ર ટુકડામાં સમાન અંતરો V_1, V_2 અને V_3 વેગથી કપાય ત્યારે

$\bar{v} = \frac{3v_1v_2v_3}{v_1v_2+v_2v_3+v_3v_1}$

જ્યારે સમાન સમયગાળા માં $V_1, V_2....V_n$ વેગથી અંતરો કપાય ત્યારે

$\overline{V} = \frac{V_1+V_2+..V_n}{n}$

3.7 સ્થાન-સમય(X→T) આલેખ



1 નો આલેખ સમય અક્ષને સમાંતર છે જેનું સ્થાનાતર શૂન્ય હોવાથી પદાર્થ સ્થિર છે તેમ કહેવાય.

ક્રમ 2 નો આલેખ માટે ઢાળનું મૂલ્ય ધન હોવાથી પદાર્થ અચળવેગી ગતિ કરે છે. જેની દિશા ધન છે.

ક્રમ 3 નો આલેખ માટે ઢાળનું મૂલ્ય ઋણ બને છે. તેથી પદાર્થ નો સરેરાશ વેગ ઋણ થશે.

ક્રમ 4 નો આલેખ અનિયમિત ગતિ દર્શાવે છે.

ઉ.દા 4

3.8 તાત્કાલીન વેગ અને ઝડપ (Instantaneous velocity and speed)

સરેરાશ ઝડપ કે વેગ મારફત મુસાફરીની કોઇ ક્ષણે તેમની ઝડપ કે વેગ માપતા નથી. માત્ર સમગ્ર મુસાફરીની સરેરાશ કિંમત જ સરેરાશથી મળે છે.

ઉ.દા તરીકે એક કાર t=0 સમયે સ્થિર છે. પછી t=10 S સુધી ઝડપ વધારે છે. t=10 થી t=18 સુધી સમાન ગતિ કરે છે. પછી બ્રેક લગાવી t=20 સેકન્ડે કાર ઉભી રાખે છે આ ગાળામાં તેણે કાપેલ અંતર 296m છે.

બાજુના $x \rightarrow t$ આલેખ ઉપરના ઉ.દા. માટે દોરેલ છે.

1. O →A મુસાફરીમાં વેગ O થી વધે છે.
2. A →B માં વેગ અચળ બની જાય છે.
3. B →C માં વેગ ઘટતો જાય છે.
4. C → વેગ શૂન્ય બની જાય છે.

(ગાડી ઉભી રહિ ગઇ છે).

○ કોઇ બે ક્ષણો વચ્ચેની સરેરાશ ઝડપ શોધવા ગ્રાફમાં તે બે બિંદુને જોડતી રેખાનો ઢાળ શોધવો જોઇએ $\overline{V}=\frac{\Delta X}{\Delta t}$

આ ઉ.દા T=5 થી T=75 ના ગાળામા માટે ધારો કે સ્થળ $X_1=10m$ અને $X_2=27.5m$ છે.

$\therefore \overline{V}=\frac{27.5-10}{7.5}=8.7^{/S}$

$\overline{V}$ એ તેટલા હિસ્સા માટેનો ઢાળ જ છે. $(\overline{PQ})$

○ $\overline{PQ}$ નો ઢાળ +ve હોય ⦣ તો સ્થાનાંતર

ધન દિશામાં થાય છે. $\overline{PQ}$ ઢાળ -ve હોય તો સ્થાનાંતર ઋણ દિશામાં થાય છે તેમ કહેવાય. અને જો ઢાળ શુન્ય હોય મતલબ (સમય અને સમાંતર) નો પદાર્થ શુન્ય કરતા વધુ જ છે એમ કહેવાય.

○ ઝડપ નું મુલ્ય કોઇપણ ગાળા માટે તે ગાળાના વેગના મુલ્ય કરતા વધુ જ હોય છે.

■ સરેરાશ વેગ આવેલ સમયગાળામાં થતા સ્થાનાંતરની માહિતી પુરી પાડે છે પરંતુ તે ગાળાના કોઇ ખાસ ક્ષણ વખતે પ્રકાશ પાડતી નથી. તાત્ક્ષણિક ઝડપ કે વેગ એ જે તે ક્ષણે ઝડપ કે વેગ દર્શાવે છે જેને માત્ર ઝડપ કે વેગ કહેવામાં આવે છે.

અહિ અંતર x એ સમય t નું વિધેય છે. x=f(t)

બાજુની આકૃતિમાં આ વિધેય અનુસારનો દર્શાવવે છે. જેમા બિંદુ P અને Q ના માપ (t,x) અને (t+Δt, x+Δx) અનુક્રમે આ બે બિંદુ P અને Q રેખાખંડ નો ઢાળ

$\text{Tan}\theta=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{(x+\Delta x)-x}{\Delta t}$

હવે જો Q બિંદુ P તરફ ખસેડતા જોઇએ તો Δt અને Δx ના મુલ્યો ઘટતા જાય અને છેક P પાસે તેઓ શુન્ય મુલ્યથી અત્યંત નજીક પહોચે $\Delta t \rightarrow 0$ અને $\Delta x \rightarrow 0$ આસંજોગોમાં $\overline{PQ}$ નો ઢાળ t અક્ષ તરફ ઢળતા ઢળતા બાજુની આકૃતિ મુજબ P પાસે ના સ્પર્શકના રૂપમાં ગોઠવાય છે.

ઢાળમાં $m=\mu m \frac{\Delta x}{\Delta t}=\mu m \left[\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}\right]$

$\Delta t \rightarrow 0 \quad \Delta t \rightarrow 0$

અહિ $\Delta m \frac{\Delta x}{\Delta t}$ તે t ની સાપેક્ષે x નું વિકલિત કહે છે. અને સંજ્ઞારૂપે $\frac{\partial x}{\partial t}$ રૂપે દર્શાવાય છે.આમ

$\Delta t \rightarrow 0$

$$\frac{dx}{dt}=\frac{df(t)}{dt}= \mu m\frac{\Delta x}{\Delta t}=\mu m\ [\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}]$$

$\Delta t \rightarrow 0 \quad \Delta t \rightarrow 0$

∴કેટલાક પ્રચલિત વિકલિતોઃ–

(1) $\frac{dax}{dt}\ \varphi\ a$ અચળ $= a\frac{dx}{dt}$

(2) $\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}$

(3) $\frac{d(xy)}{dt}=x\frac{dy}{dt}+y\frac{dx}{dt}$

(4) $\frac{d}{dt}(\frac{x}{y}) = \frac{y\frac{dx}{dt}-x\frac{dy}{dt}}{y^2}$

(5) $\frac{dx}{dt}=\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy}/\frac{dt}{dy}$

(6) $\frac{d}{dx}(\sin x) = \sec^2 x$

(7) $\frac{d}{dx}\cos x=-\sin x$

(8) $\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x$

(9) $\frac{d}{dx}(\cot x) =-\operatorname{cosec}^2 x$

(10) $\frac{d}{dx}\sec x=\tan x\text{-}\sec x$

(11) $\frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x=-\cot x\cdot\operatorname{cosec} x$

(12) $\frac{dy^n}{dx} =ny^{n-1}\frac{dy}{dx}$

(13) $\frac{d}{dx}e^x =e^x$

હવે તાત્કાલિક ઝડપ $V=\frac{dx}{df}$ આમ વેગ V એ જે તે ક્ષણે સ્થળ બદલવાનો સમયદર છે.

ફરીથી બિંદુ P અને Q વચ્ચેના સમયગાળા માટે સરેરાશ ઝડપ એ $\overline{PQ}$ નો ઢાળ છે. આ વખતે ધારોકે $\Delta t=35$ છે. હવે જો Q ને P તરફ લઈ જતા $\Delta t=25$ છ અને ક્રમશઃ આગળ વધતા $\Delta t=15$ ..0.15 0.015 લેતા જઈએ તો $\overline{PQ}$ રેખાખંડ નાનો થતાં છેક Pનજીક Q પહોચી જશે. એટલે બિંદુ P પાસેના સમયે તે બિંદુએ દોરેલ સ્પર્શક જ તાત્ક્ષણિક વેગ V બની જશે.

આગળના પેજ પરના $x \rightarrow t$ ગ્રાફ પરથી $v \rightarrow t$ ગ્રાફ રચીએ.

તાત્કાલિક વેગ નિશ્ચિત કરવાની આ આલેખની રીત હંમેશા અનુકુળ બનતી નથી.

જો આપણી પાસે સ્થાનાંતર →સમયના પુરતા અવલોકનો ઉપલબ્ધ હોય અથવા સમયના સંદર્ભમાં સ્થાનાંતર સુત્ર $x=f(t) =t^2-3t$ વિ.હોય તો $\Delta x/\Delta t$ ની ગાણત્રી થઈ શકે

આના વિકલ્પે વિકલન સમીનો ઉપયોગ કરી $\frac{dx}{dt}$ ની ગાણત્રી કરી શકાય.

ઉ.દાઃ એક પદાર્થ શ અક્ષની દિશામા ગતિ કરે છે તેનું સ્થાનાંતર સુત્ર સમયના સંદર્ભમાં $x = 8.5 + 2.5t^2$ છે જેમાં x એ m માં અને t સેકન્ડમાં છે તો t=0 સમયે અને t=2.05 વખતેનાં વેગના મુલ્યો શોધો.t=2 થી t=45 વચ્ચેના ગાળામાં સરેરાશ વેગ શોધો.

$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d}{dt}(8.5+2.5t^2)=2.5 \times 2t=5t\ ms^{-1}$

t=05 વખતે $v_0=5(0) =0m/s$

t =2 5 વખતે $v_2=5(2)=10m/s$

t=2 થી t=4 5 ના ગાળામાં av. Velocity $\bar{v} =\frac{X_4-X_2}{4-2}$

$\therefore \bar{v} = \frac{[8.5+2.5(4)^2]-[8.5+2.5(2)^2]}{2} \quad =(8.5+40)\text{-}(8.5+10)$

$=\frac{30}{2}=15m/s$

બીજી રીત t=2 વખતે $v_2=(2)5 =10m/s$

t =4 વખતે $v_4=(4)5=20m/s$

$av\cdot=\frac{10+20}{2}=15m/s$

નોધઃ- અચળવેગી ગતિના સંદર્ભમાં કોઈ પણ ક્ષણે av. Velocity=velocity

○ જો $v \rightarrow t$ આલેખ અનિયમિત વક્ર હોય તો કણનો વેગ સતત પણે બદલતો રહે છે. આલેખના જુદા જુદા સમય ગાળા પર ઢાળનું મુલ્ય જુદુ જુદુ મળવાથી તેનો સરેરાશ પ્રવેગ પણ જુદો જુદો મળે છે આથી ગતિને અનિયમિત પ્રવેગ ગતિ કહે છે.

○ $v \rightarrow t$ આલેખ પરથી કોઈ પણ સમયગાળામાં કણે કરેલ સ્થાનાંતર તેમજ કાપેલ અંતર શોધી શકાય છે.

$v \rightarrow t$ આલેખ નીચે ઘેરાતા ક્ષેત્રફળનું મૂલ્ય તે દરમ્યાન થયેલ સ્થાનાંતર દર્શાવે છે. સમય અક્ષ ઉપરનાં ક્ષેત્રફળનો હિસ્સો <u>ધન</u> અને નીચેનો ઋણ ગણવાથી બેઝીક સરવાળો કરવાથી <u>સ્થાનાંતર</u> મળે અને તેમનો મુલ્યનો સરવાળો (બંને ધન ગણ) કરવાથી તે ગાળામાં કપાયેલ કુલ અંતર મળે.

ઉ.દા. પછી આ આલેખ પરથી કણના પ્રવેગ વિશે શુ કહી શકાય?

○ ભાગ AB માં પદાર્થ પ્રતિપ્રવેગી t ve x અક્ષની દિશામાં કરે છે.

એટલે કે ધન x દિશા તરફ જતા તેનો વેગ ઘટતો જાય છે. જે બિંદું B આગળ t_1 સમયે શુન્ય બને છે પછી -ve x અક્ષની દિશામાં પ્રવેગી ગતિ કરે છે.

3.11 નિયમિત કે અચળ પ્રવેગી ગતિના સમીકરણો

(Kinematic Equation for uniformly acceleratamotion)

○ આલેખ પરથી સુત્રોની તારણ.(જુઓ આકૃતિ) અક્ષ $\overline{AB}$ એ ગતિનો આલેખ સુરખો દર્શાવે છે.

એટલે કે ગતિ નિયમિત પ્રવેગી છે તેથી કોઈપણ સમય t સમયે પ્રવેગ a અને સરેરાશ પ્રવેગ $\bar{a}$ સમાન થશે.

$a =$ રેખાનો $\overline{AB}$ નો ઢાળ $\frac{v-v0}{t-0}$

v- v =at

$\boxed{v=vo + at}$ ⟶ સુત્ર 1

રીતઃ- 2 $a = \frac{dv}{dt}$ (